

Rachunek prawdopodobieństwa

1.11. Wartość oczekiwana zmiennej losowej

$$EX = x_1 \cdot p_1 + x_2 \cdot p_2 + \cdots + x_n \cdot p_n$$

Definicja

Niech X będzie zmienną losową o wartościach x_1, x_2, \dots, x_n przyjmowanych z prawdopodobieństwami odpowiednio p_1, p_2, \dots, p_n . **Wartością oczekiwaną** zmiennej X nazywamy liczbę:

$$EX = x_1p_1 + x_2p_2 + \dots + x_np_n$$

Definicja

Grę nazywamy **sprawiedliwą**, jeśli jej wartość oczekiwana jest równa 0.

Ćwiczenie 3

Ć 3/47

Bierzemy udział w pewnej grze. Rzucamy kostką – jeśli wypadnie co najmniej 5 oczek, to wygrywamy x_1 zł, w przeciwnym wypadku przegrywamy x_2 zł.

b) Oblicz wartość oczekiwaną tej gry, jeśli wygrana $x_1 = 45$, a przegrana $x_2 = -15$.

Ćwiczenie 4

Ć 4/48

Rzucamy dwiema monetami. Jeśli wypadną dwie reszki, to wygrywamy x_1 zł, jeśli wypadnie jedna reszka, to wygrywamy x_2 zł. Jeśli wypadną dwa orły, to przegrywamy x_3 zł.

b) Dla jakiej wartości x_3 gra jest sprawiedliwa, jeśli $x_1 = x_2 = 49$?

1. Bierzemy udział w pewnej grze. Rzucamy kostką – jeśli wypadnie parzysta liczba oczek, to wygrywamy 10 zł, jeśli wypadnie 5 oczek, to wygrywamy 120 zł, a jeśli 1 oczko lub 3 oczka, to przegrywamy 90 zł.

Z 1/48

a) Oblicz wartość oczekiwaną tej gry.

b) Jaka powinna być wysokość przegranej, aby gra była sprawiedliwa?

2. Rzucamy dwa razy kostką. Jeśli w drugim rzucie wypadnie więcej niż w pierwszym, to wygrywamy x_1 zł, jeśli tyle samo oczek, to przegrywamy 120 zł. W pozostałych przypadkach przegrywamy 60 zł.

Z 2/48

a) Oblicz wartość oczekiwaną tej gry, gdy $x_1 = 180$.

b) Dla jakiej wartości x_1 gra byłaby sprawiedliwa?

Zadanie dodatkowe

W pudełku są 4 kule białe, 7 czarnych i 9 niebieskich.

Rozpatrzmy grę polegającą na losowaniu jednej kuli z pudełka.

Jeśli jest ona biała, to przegrywamy 6 zł, jeśli czarna, to przegrywamy 3 zł a jeśli niebieska, to wygrywamy 5 zł.

Czy ta gra jest sprawiedliwa? Odpowiedź uzasadnij.