

Rachunek prawdopodobieństwa

1.4. Wariacje z powtórzeniami

Liczba wszystkich k -elementowych wariacji z powtórzeniami zbioru n -elementowego jest równa n^k

$$W_n^k = n^k$$

Przykład 1

Ile jest wszystkich liczb trzycyfrowych, w których zapisie mogą występować tylko cyfry 1 i 2?

Każdą z trzech cyfr możemy wybrać na dwa sposoby, zatem jest $2 \cdot 2 \cdot 2 = 8$ takich liczb.

111	121	211	221
112	122	212	222

Jest 8 liczb trzycyfrowych, w których zapisie mogą występować tylko cyfry 1 i 2.

$$W_2^3 = 2^3 = 8$$

Przykład 2

Ile jest wszystkich liczb trzycyfrowych, w których zapisie mogą występować tylko cyfry 1, 2, 3, 4 i 5?

Jest $5 \cdot 5 \cdot 5 = 125$ takich liczb.

$$W_5^3 = 5^3 = 125$$

Ćwiczenie 1

- a) Ile jest wszystkich liczb czterocyfrowych, w których zapisie mogą występować tylko cyfry 1 i 2?
- b) Ile jest wszystkich liczb sześciocyfrowych, w których zapisie mogą występować tylko cyfry 1, 2, 3, 4 i 5?

Ćwiczenie 2

Ile pięcioliterowych kodów można utworzyć z 26 liter alfabetu, jeśli litery mogą się powtarzać?

Ćwiczenie 3

- a) Ile jest wszystkich dwuelementowych wariacji z powtórzeniami zbioru dziesięcioelementowego?
- b) Ile jest wszystkich dziesięcioelementowych wariacji z powtórzeniami zbioru dwuelementowego?

1. Ile jest wszystkich liczb trzycyfrowych, w których zapisie nie ma: **Z 1/22**
a) cyfry 0, b) cyfr 0 i 4, c) cyfr 0, 4 i 5, d) cyfr 4 i 5?
2. Ile jest wszystkich liczb pięciocyfrowych: **Z 2/22**
a) zaczynających się od 12, b) których ostatnią cyfrą jest 7?
3. Która z liczb jest większa: **Z 3/22**
a) liczba dwuelementowych wariacji z powtórzeniami zbioru trzelementowego czy liczba trzelementowych wariacji z powtórzeniami zbioru dwuelementowego,
b) liczba trzelementowych wariacji z powtórzeniami zbioru czteroelementowego czy liczba czteroelementowych wariacji z powtórzeniami zbioru trzelementowego?

- D** 4. Z urny, w której znajdują się kule z numerami 4, 5, 6, 7, 8, 9, losujemy kolejno cztery kule. Numery kul zapisane w kolejności losowania tworzą liczbę czterocyfrową. Uzasadnij, że przy losowaniu ze zwracaniem możliwych do otrzymania liczb jest ponad trzykrotnie więcej niż przy losowaniu bez zwracania.

Z 4/22

Uwaga. Losowanie polega na wyciąganiu przedmiotów (np. losów, kul, żetonów) w sposób, który wyklucza wpływ osoby losującej na otrzymany wynik.

Z 5/22

5. a) Do 3 szuflad wrzucamy 9 kul (kule i szuflady rozróżniamy). Na ile sposobów możemy rozmieścić te kule?
b) Do 9 szuflad wrzucamy 3 kule (kule i szuflady rozróżniamy). Na ile sposobów możemy rozmieścić te kule?

6. a) Na ile sposobów 6 osób może wysiąść z windy, która zatrzymuje się na dziesięciu piętrach?
b) Na ile sposobów 10 osób może wysiąść z windy, która zatrzymuje się na sześciu piętrach?

Z 6/22

8. Ile jest wszystkich liczb, w których zapisie występują tylko cyfry 0 i 1 i które mają co najwyżej: a) 5 cyfr, b) 11 cyfr, c) n cyfr? **Z 8/23**
9. Ile jest wszystkich liczb, które są zapisane tylko za pomocą cyfr 0, 1, 2 oraz mają: a) 5 cyfr, b) 11 cyfr, c) n cyfr? **Z 9/23**
10. Rzucamy czterokrotnie kostką. Wyrzucone liczby oczek są kolejnymi cyframi liczby czterocyfrowej. Ile spośród otrzymanych w ten sposób liczb jest:
a) większych od 6000, c) podzielnych przez 25,
b) większych od 3500, d) podzielnych przez 4? **Z 10/23**
11. Oblicz, ile jest liczb pięciocyfrowych:
a) mniejszych od 48 000, c) o nieparzystym iloczynie cyfr,
b) większych od 56 700, d) o parzystym iloczynie cyfr. **Z 11/23**

- 12.** Których liczb jest więcej: **Z 12/23**
- a) dwucyfrowych, w których zapisie występują cyfry 3, 5, 7, czy trzy-
cyfrowych, w których zapisie występują cyfry 3, 5,
 - b) trzycyfrowych, w których zapisie występują cyfry 2, 4, 6, 8, czy cztero-
cyfrowych, w których zapisie występują cyfry 1, 2, 3?
- 13.** Karolina zapomniała dwie ostatnie cyfry z dziewięciu cyfr numeru tele- **Z 13/23**
fonu komórkowego kolegi. Pamięta tylko, że były to cyfry nieparzyste. Ile
maksymalnie prób musi wykonać Karolina, aby dodzwonić się do kolegi?
- 14.** Do 4 szuflad wrzucamy 6 kul (kule i szuflady rozróżniamy). Na ile sposo- **Z 14/23**
bów można rozmieścić te kule?
- 15.** Ile razy więcej jest dziewięciocyfrowych numerów telefonicznych zaczyna- **Z 15/23**
jących się od 515 niż siedmiocyfrowych numerów zaczynających się od 77?

14. Do 4 szuflad wrzucamy 6 kul (kule i szuflady rozróżniamy). Na ile sposobów można rozmieścić te kule?

Z 14/23

I sposób:

○ ○ ○ ○ ○ ○

$$4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 = 4^6 = 4096$$

II sposób:

$$W_4^6 = 4^6 = 4096$$

15. Ile razy więcej jest dziewięciocyfrowych numerów telefonicznych zaczynających się od 515 niż siedmiocyfrowych numerów zaczynających się od 77?

$$515 \text{ } _ _ _ _ _ _ _ \quad W_{10}^6$$

$$77 \text{ } _ _ _ _ _ \quad W_{10}^5$$

$$\frac{W_{10}^6}{W_{10}^5} = \frac{10^6}{10^5} = 10$$