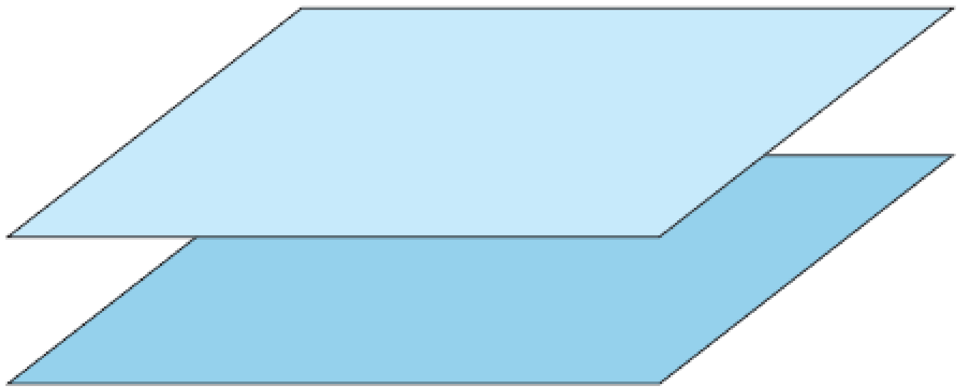
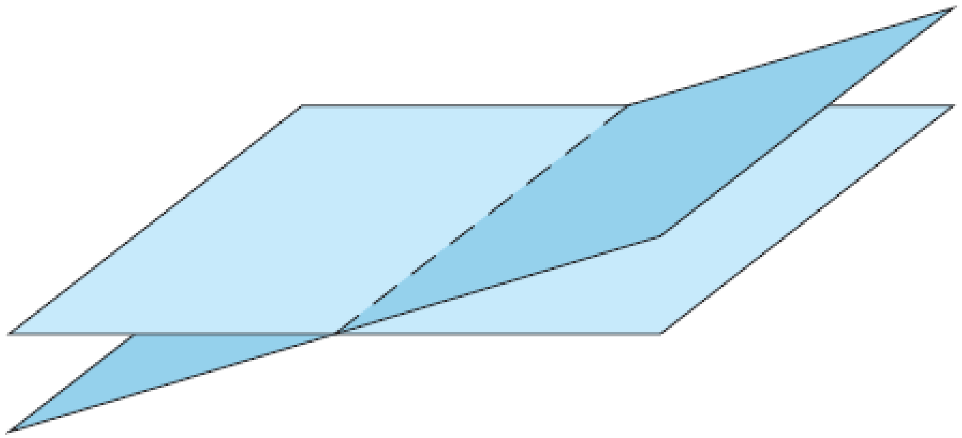
Graniastosłupy i ostrosłupy

2.1. Proste i płaszczyzny w przestrzeni

Wzajemne położenie dwóch płaszczyzn

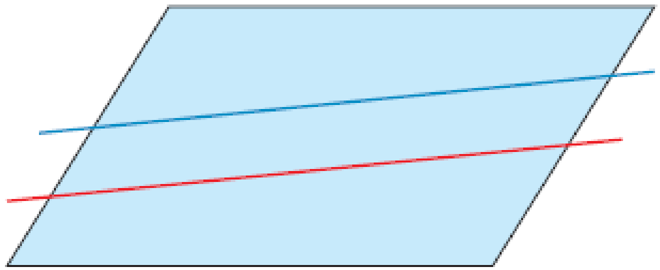


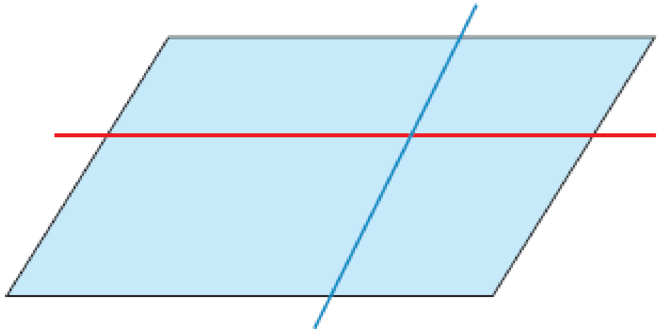
Płaszczyzny **równoległe** – nie mają punktów wspólnych lub się pokrywają.

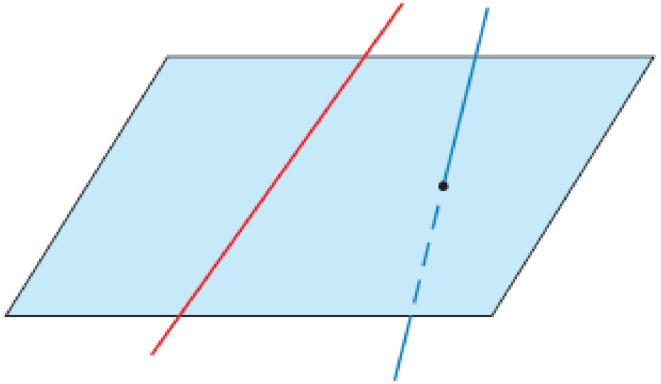


Płaszczyzny **przecinające się** – ich częścią wspólną jest prosta.

Wzajemne położenie dwóch prostych





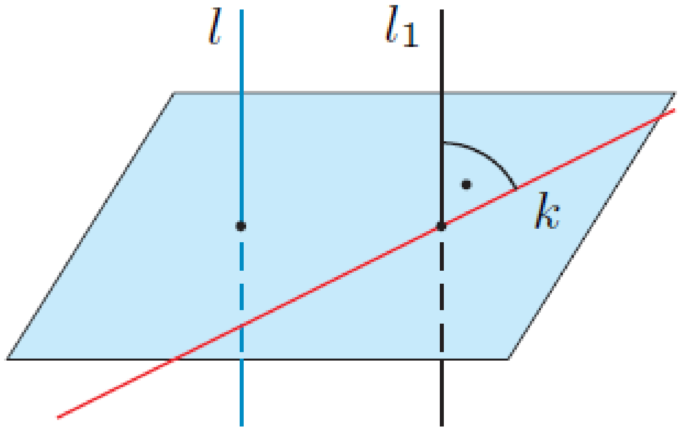


Proste **równoległe** leżą w jednej płaszczyźnie i nie mają punktów wspólnych lub się pokrywają.

Proste **przecinające się** leżą w jednej płaszczyźnie i mają jeden punkt wspólny.

Proste **skośne** nie leżą w jednej płaszczyźnie, zatem nie mają punktów wspólnych.

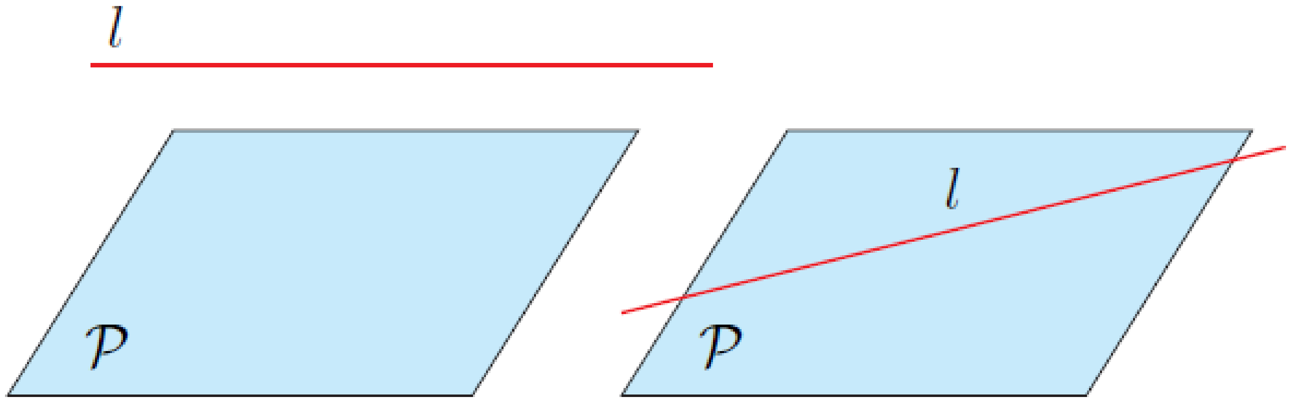
Mówimy, że prosta l, skośna do prostej k, jest do prostej k **prostopadła**, gdy istnieje prosta l_1 równoległa do prostej l i przecinająca prostą k pod kątem prostym.
Zauważmy, że każda prosta równoległa do prostej l_1 jest prostopadła do prostej k.



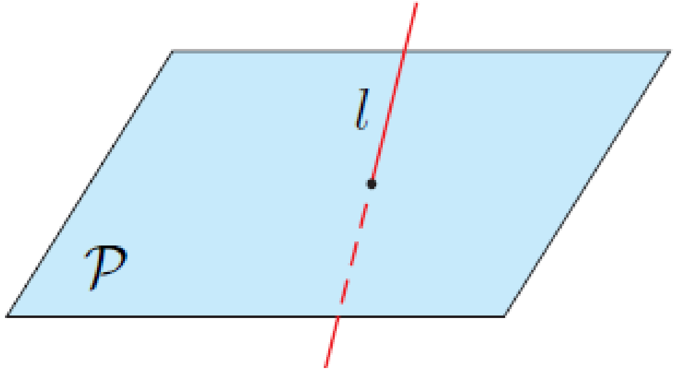
Uwaga. Proste prostopadłe są skośne lub się przecinają (gdy leżą w jednej płaszczyźnie).

Wzajemne położenie prostej i płaszczyzny

Prostą l nazywamy **równoległą** do płaszczyzny $\mathcal{P}$, jeśli nie ma ona punktów wspólnych z tą płaszczyzną lub jest w niej zawarta.



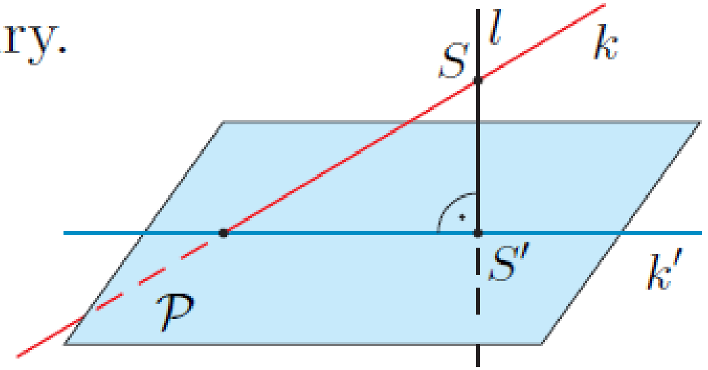
Jeśli prosta l ma z płaszczyzną $\mathcal{P}$ dokładnie jeden punkt wspólny, to mówimy, że prosta l **przecina** płaszczyznę $\mathcal{P}$.



Mówimy, że prosta l jest **prostopadła** do płaszczyzny $\mathcal{P}$, jeśli jest ona prostopadła do każdej prostej zawartej w płaszczyźnie $\mathcal{P}$.

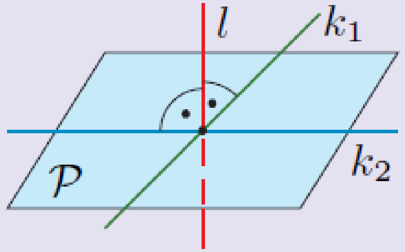
Dla dowolnego punktu S możemy poprowadzić prostą l przechodzącą przez ten punkt i prostopadłą do płaszczyzny $\mathcal{P}$. Punkt przecięcia prostej l z płaszczyzną $\mathcal{P}$ nazywamy **rzutem prostokątnym** punktu S na płaszczyznę $\mathcal{P}$.
Rzutem prostokątnym figury na płaszczyznę jest figura składająca się z rzutów prostokątnych wszystkich punktów rzutowanej figury.

Na rysunku obok punkt S' jest rzutem prostokątnym punktu S na płaszczyznę $\mathcal{P}$, a prosta k' jest rzutem prostokątnym prostej k na tę płaszczyznę.



Aby wykazać, że prosta jest prostopadła do płaszczyzny, nie musimy wykazywać, że jest ona prostopadła do każdej prostej zawartej w tej płaszczyźnie. Mówi o tym **twierdzenie o prostej prostopadłej do płaszczyzny**.

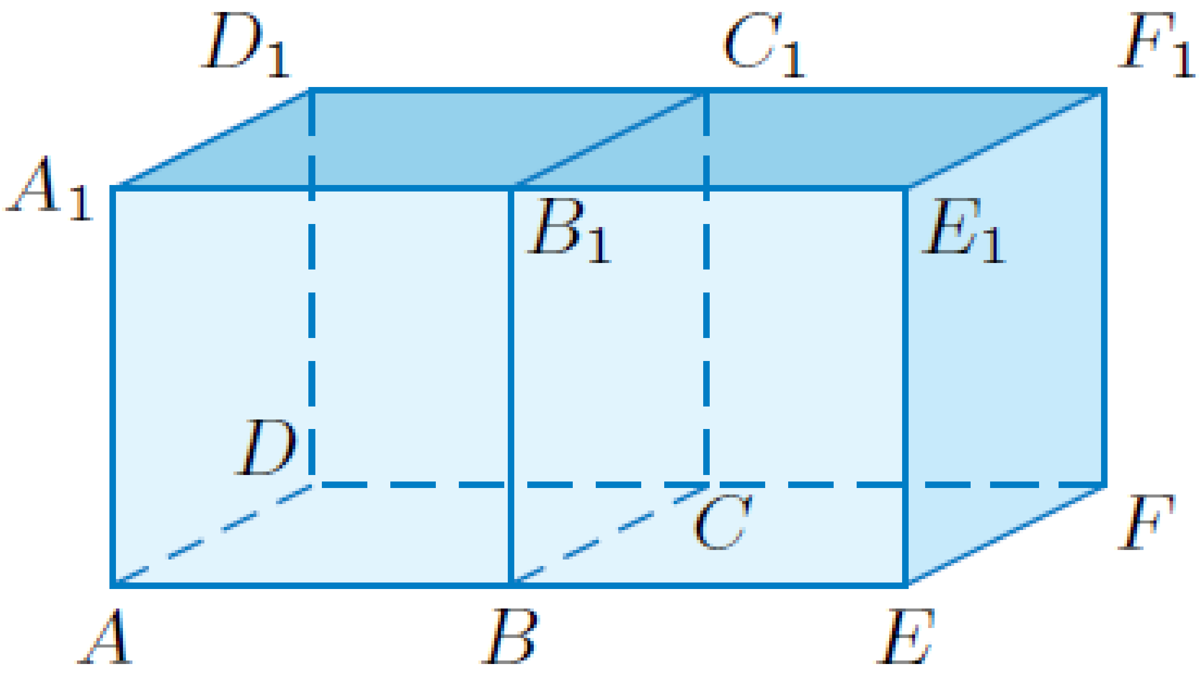
Jeśli prosta l jest prostopadła do dwóch nierównoległych prostych zawartych w płaszczyźnie $\mathcal{P}$, to jest ona prostopadła do płaszczyzny $\mathcal{P}$.



1. Dwa sześciany mają wspólną ścianę BCC_1B_1 (rysunek obok). Wskaż pary wierzchołków tych sześcianów wyznaczające proste równoległe oraz pary wierzchołków wyznaczające proste prostopadłe do prostej:

a) EF_1, b) A_1C_1.

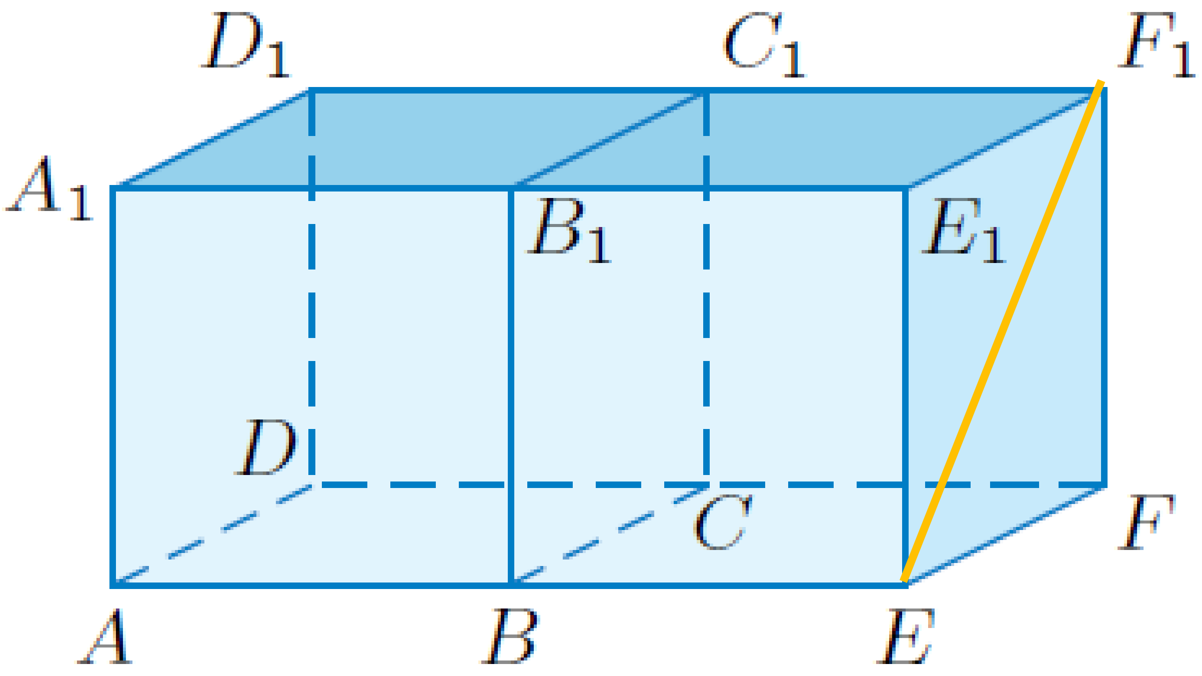
Z 1/65



1. Dwa sześciany mają wspólną ścianę BCC_1B_1 (rysunek obok). Wskaż pary wierzchołków tych sześcianów wyznaczające proste równoległe oraz pary wierzchołków wyznaczające proste prostopadłe do prostej:

a) EF_1, b) A_1C_1.

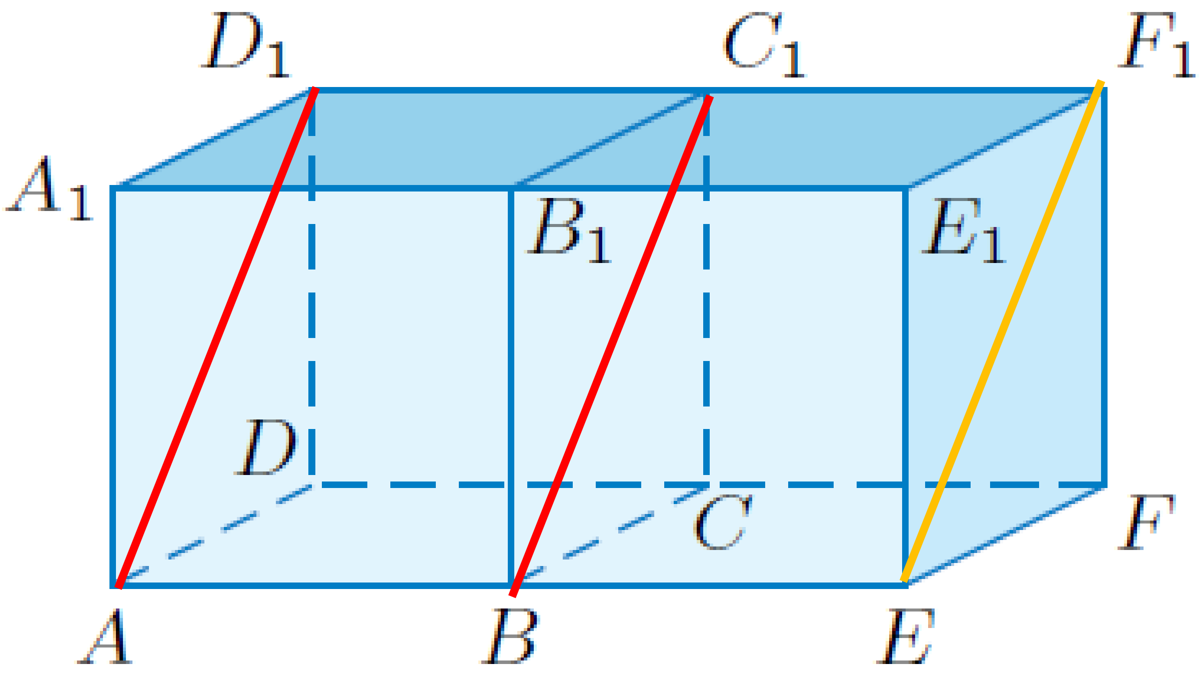
Z 1/65



1. Dwa sześciany mają wspólną ścianę BCC_1B_1 (rysunek obok). Wskaż pary wierzchołków tych sześcianów wyznaczające proste równoległe oraz pary wierzchołków wyznaczające proste prostopadłe do prostej:

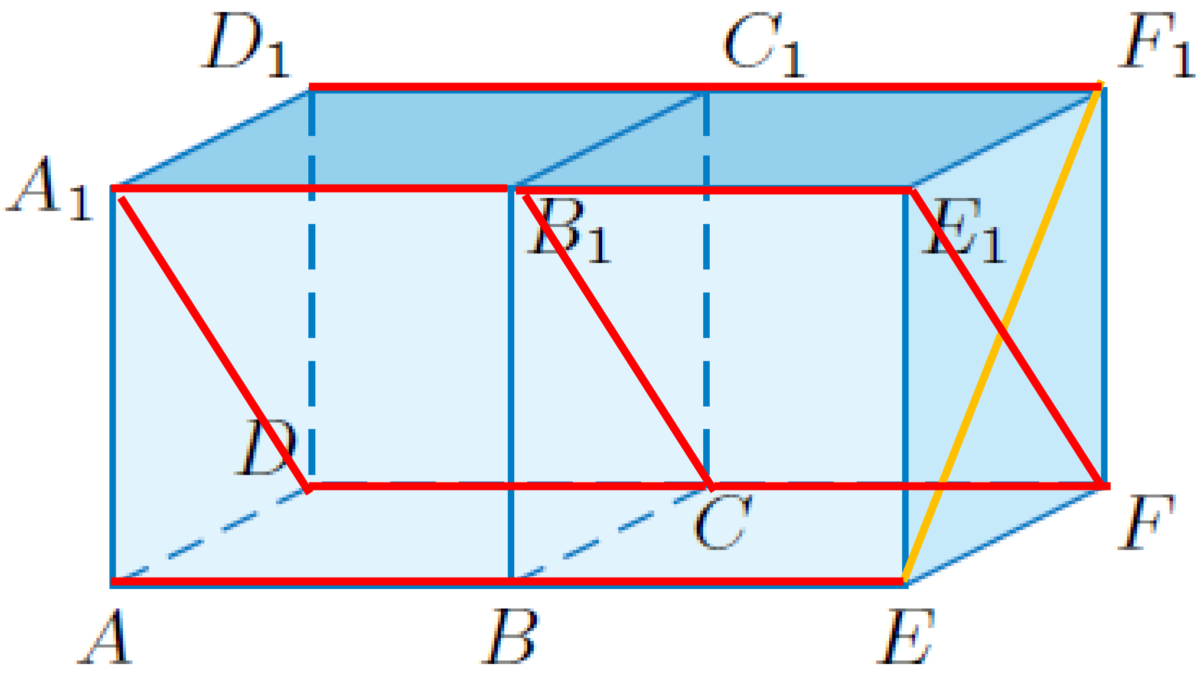
a) EF_1, b) A_1C_1.

Z 1/65



1. Dwa sześciany mają wspólną ścianę BCC_1B_1 (rysunek obok). Wskaż pary wierzchołków tych sześcianów wyznaczające proste równoległe oraz pary wierzchołków wyznaczające proste prostopadłe do prostej:

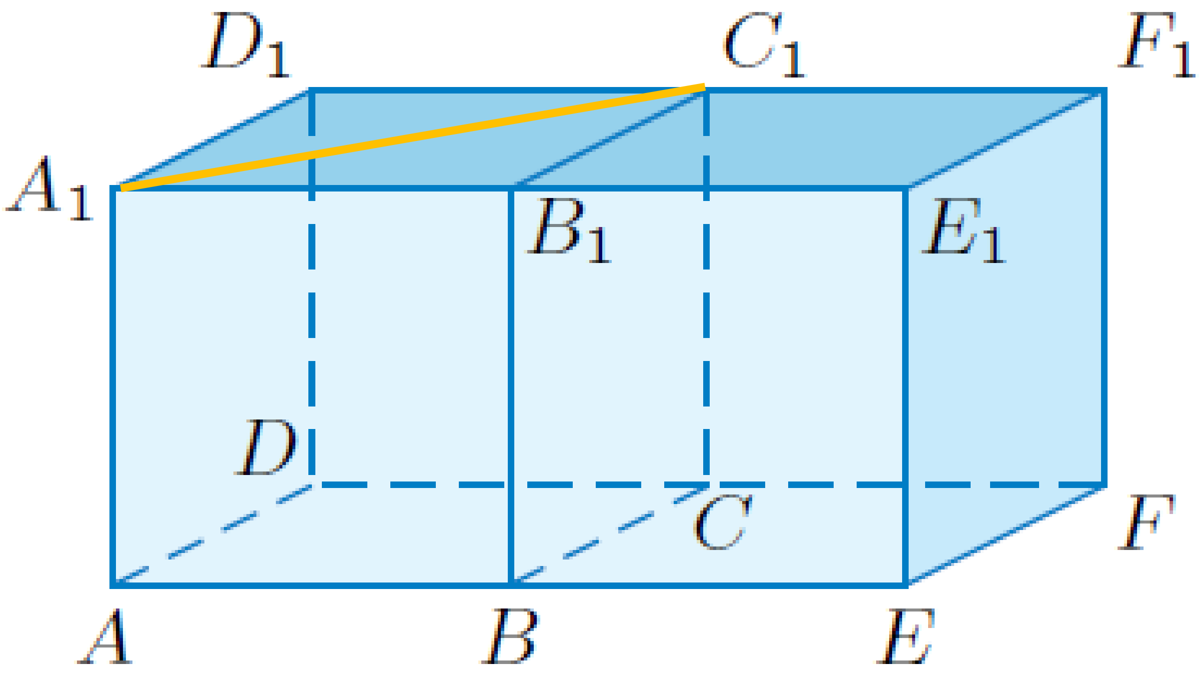
a) EF_1, b) A_1C_1.



Proste prostopadłe: BE, AB, AE, CF, DC, DF, B_1E_1, A_1B_1, A_1E_1, C_1F_1, D_1C_1, D_1F_1, E_1F, B_1C, A_1D

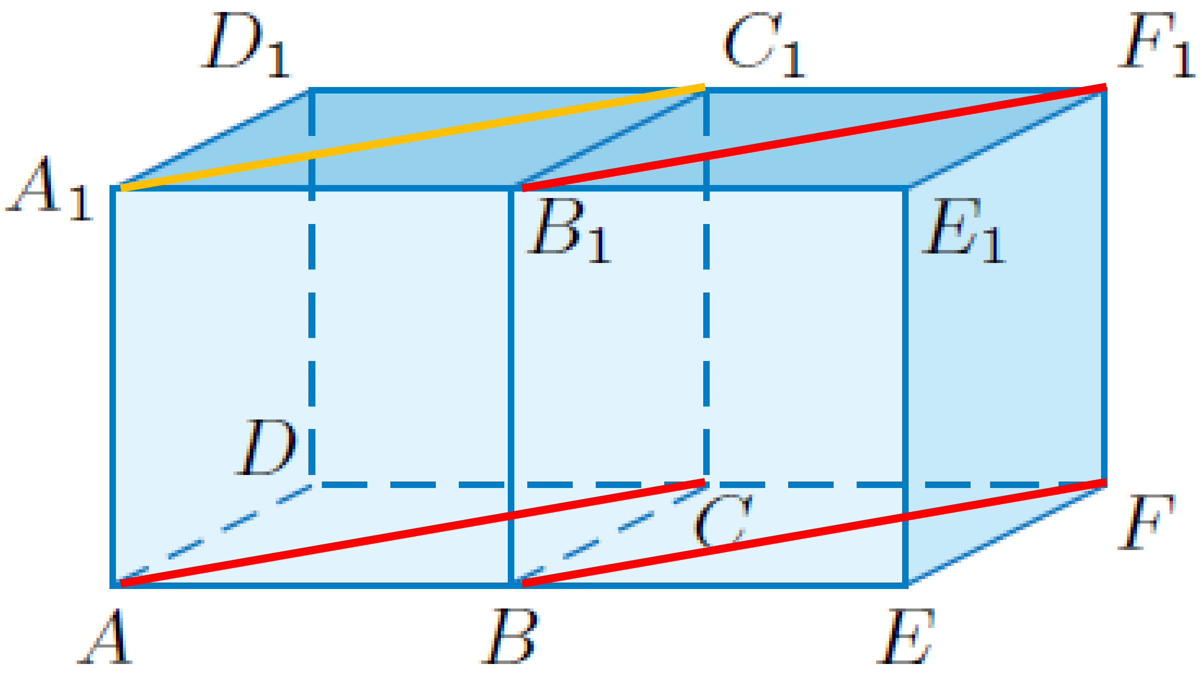
1. Dwa sześciany mają wspólną ścianę BCC_1B_1 (rysunek obok). Wskaż pary wierzchołków tych sześcianów wyznaczające proste równoległe oraz pary wierzchołków wyznaczające proste prostopadłe do prostej:

a) EF_1, b) A_1C_1.



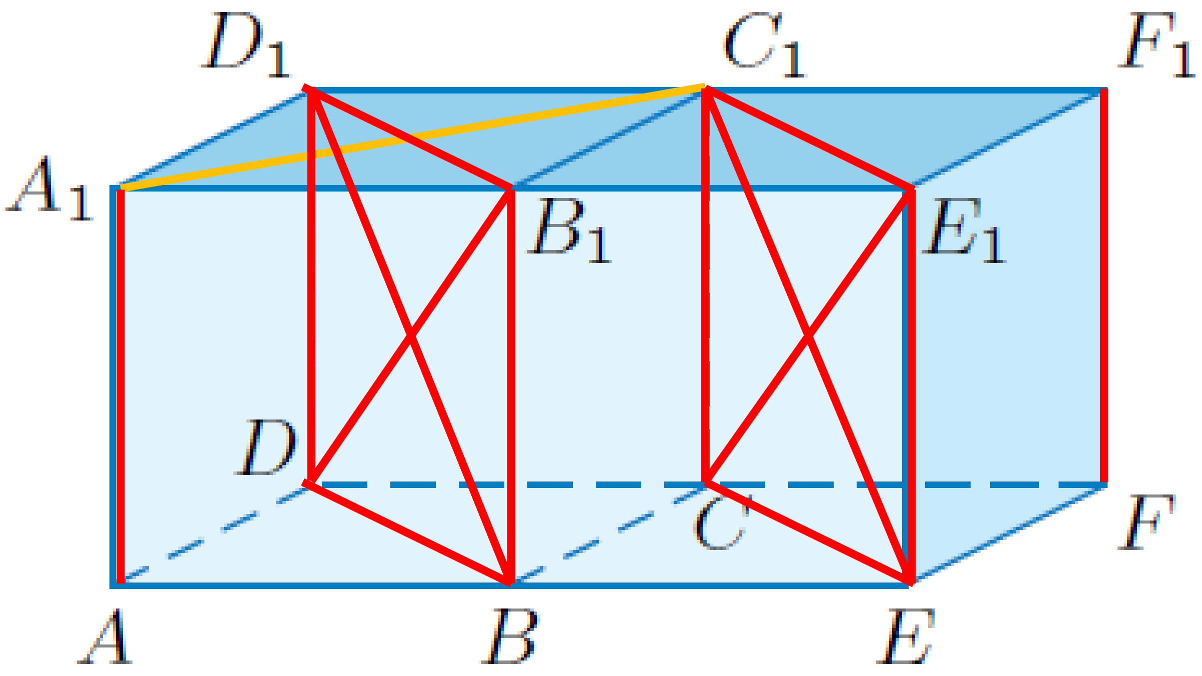
1. Dwa sześciany mają wspólną ścianę BCC_1B_1 (rysunek obok). Wskaż pary wierzchołków tych sześcianów wyznaczające proste równoległe oraz pary wierzchołków wyznaczające proste prostopadłe do prostej:

a) EF_1, b) A_1C_1.



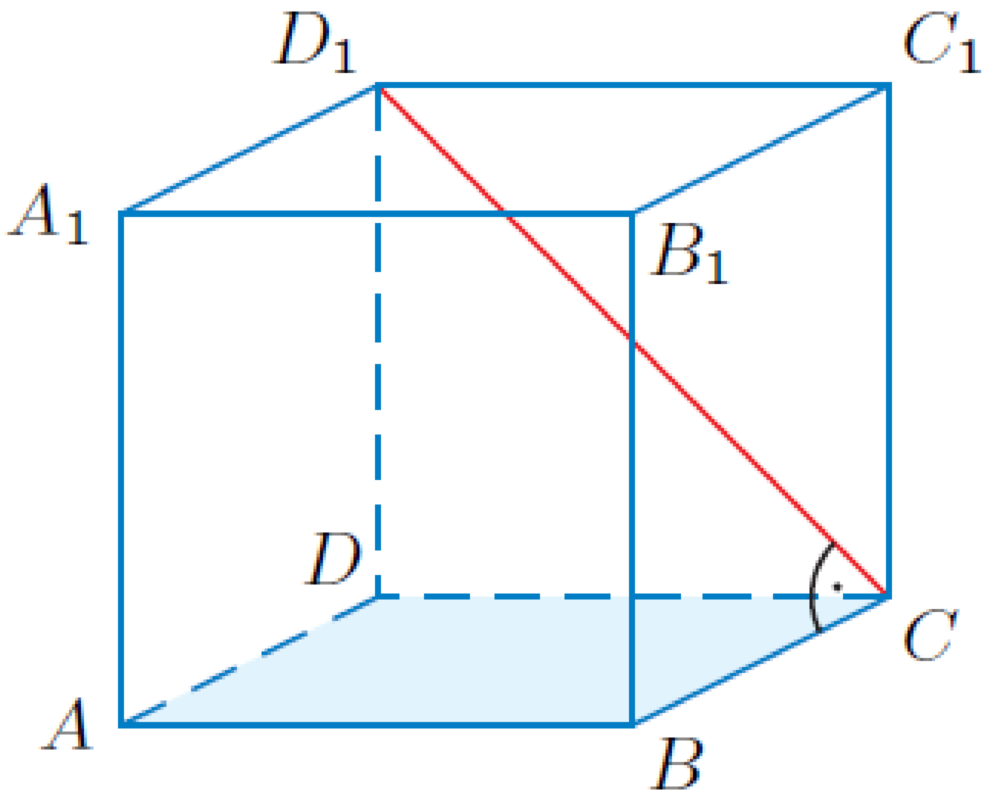
1. Dwa sześciany mają wspólną ścianę BCC_1B_1 (rysunek obok). Wskaż pary wierzchołków tych sześcianów wyznaczające proste równoległe oraz pary wierzchołków wyznaczające proste prostopadłe do prostej:

a) EF_1, b) A_1C_1.



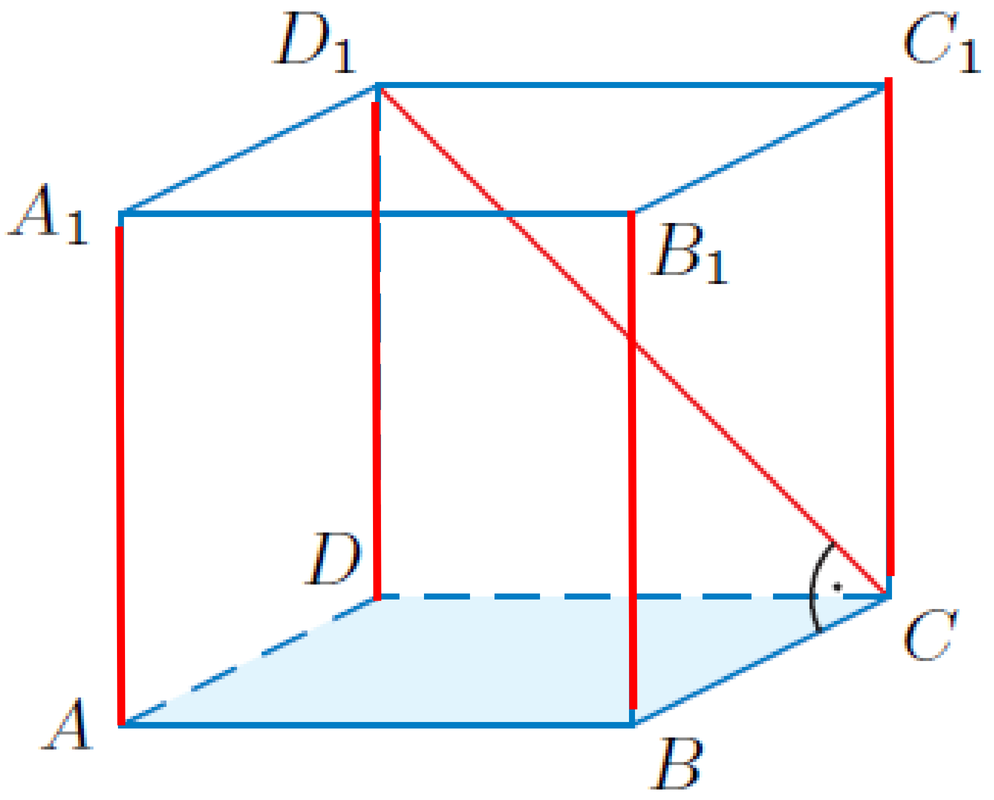
Proste prostopadłe: D_1B_1, C_1E_1, DB, CE, AA_1, BB_1, CC_1, DD_1, EE_1, FF_1, D_1B, B_1D, C_1E, E_1C

2. a) Które krawędzie sześcianu przedstawionego na rysunku obok są prostopadłe do płaszczyzny zawierającej podstawę $ABCD$?



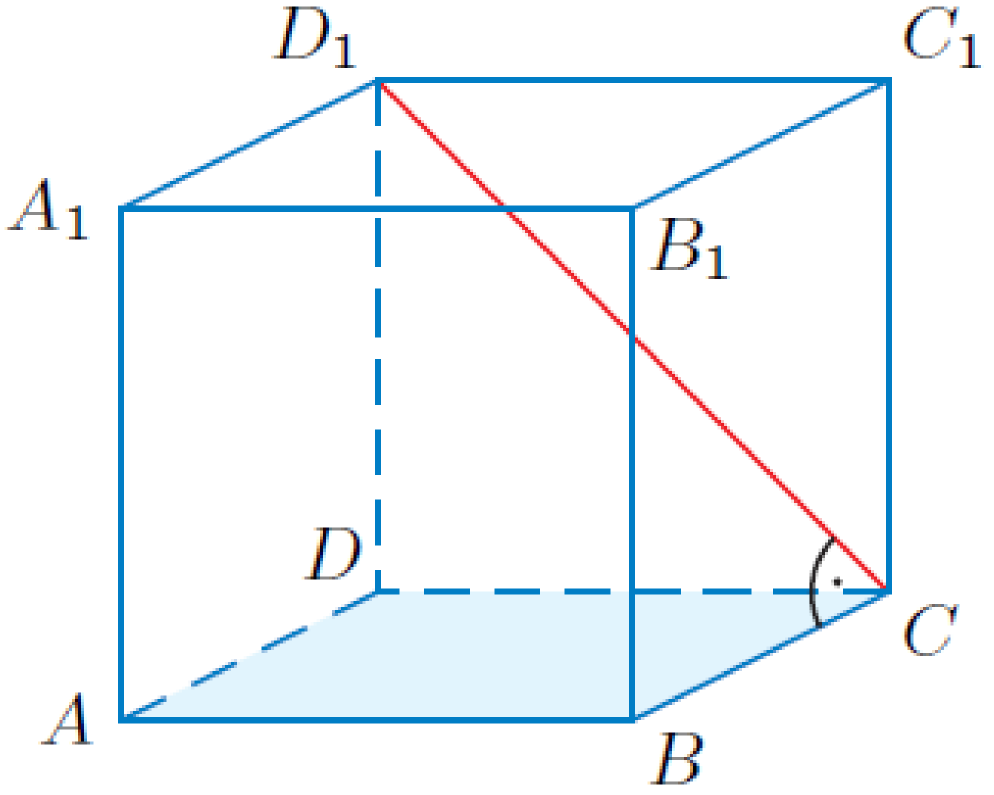
2. a) Które krawędzie sześcianu przedstawionego na rysunku obok są prostopadłe do płaszczyzny zawierającej podstawę $ABCD$?

Z 2/65



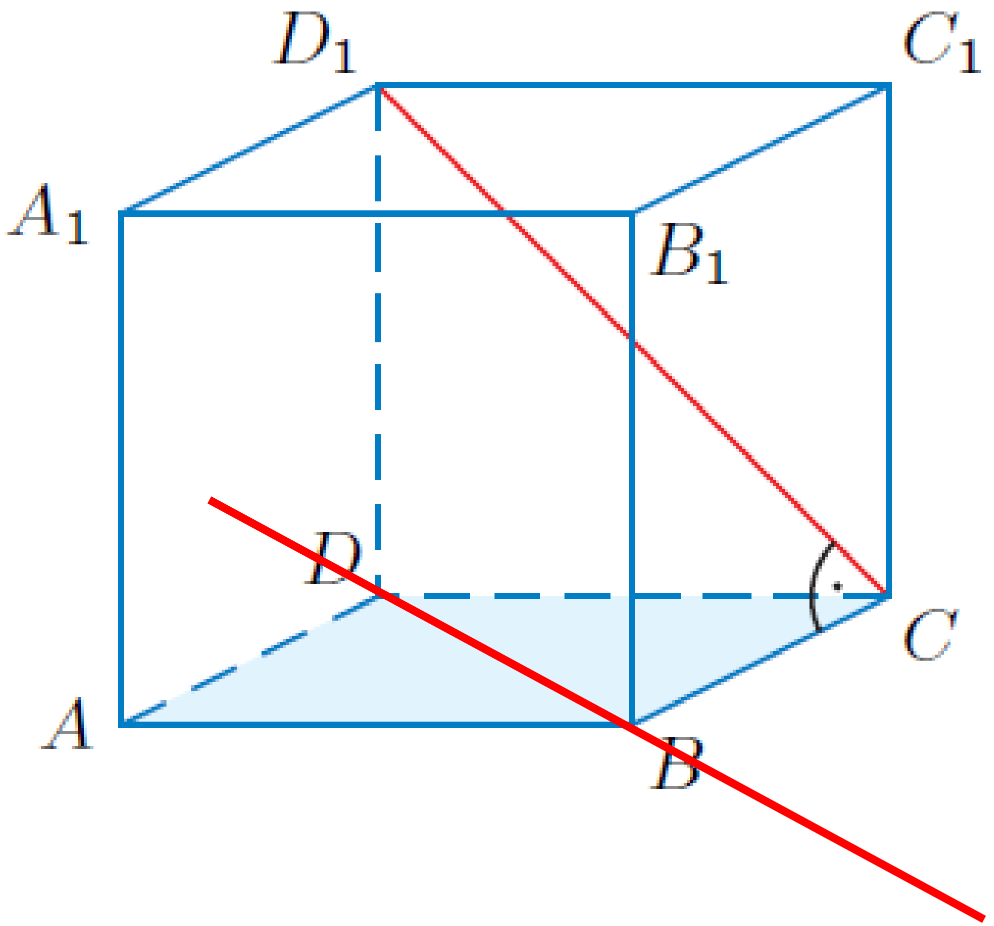
3. Wskaż proste zawierające krawędzie sześcianu (rysunek powyżej) i prostopadłe do prostej DB. Które z tych prostych przecinają prostą DB, a które są do niej skośne?

Z 3/65



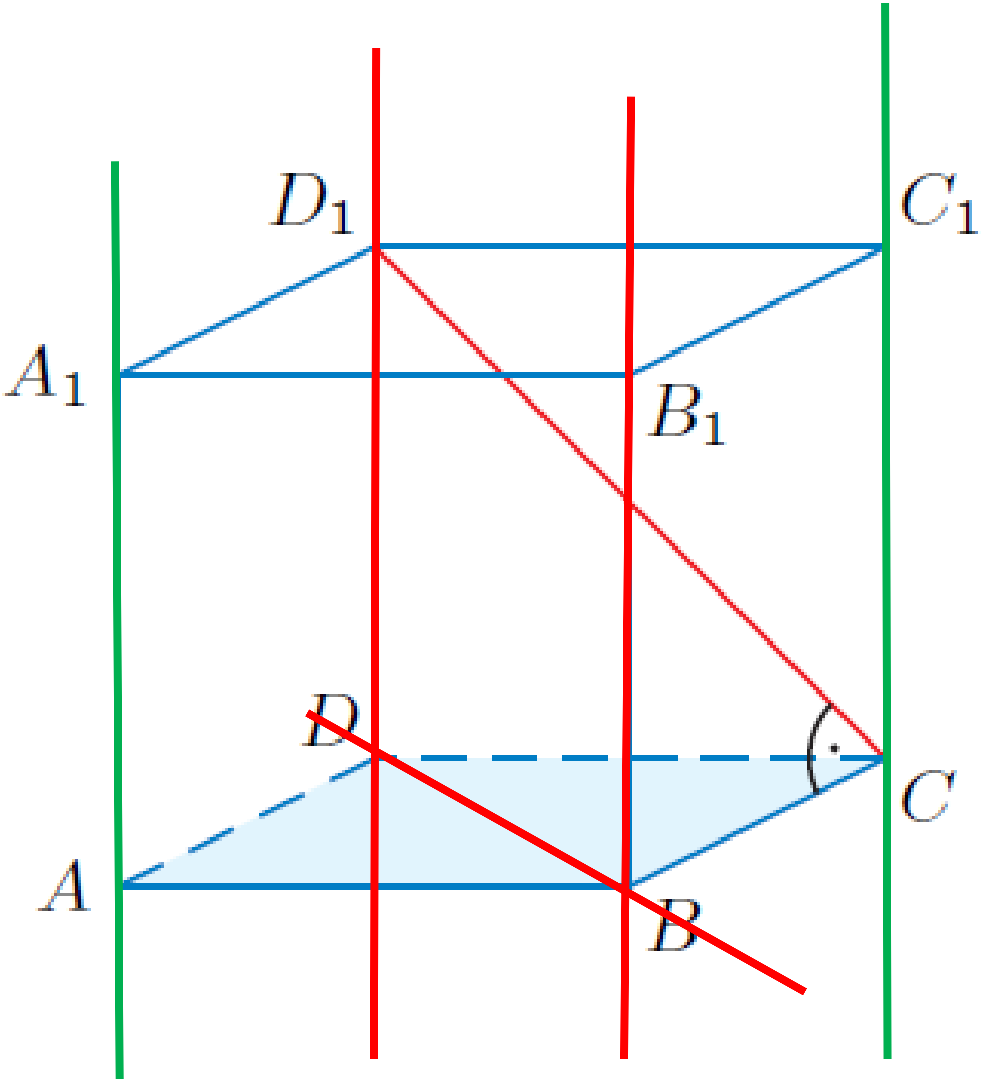
3. Wskaż proste zawierające krawędzie sześcianu (rysunek powyżej) i prostopadłe do prostej DB. Które z tych prostych przecinają prostą DB, a które są do niej skośne?

Z 3/65



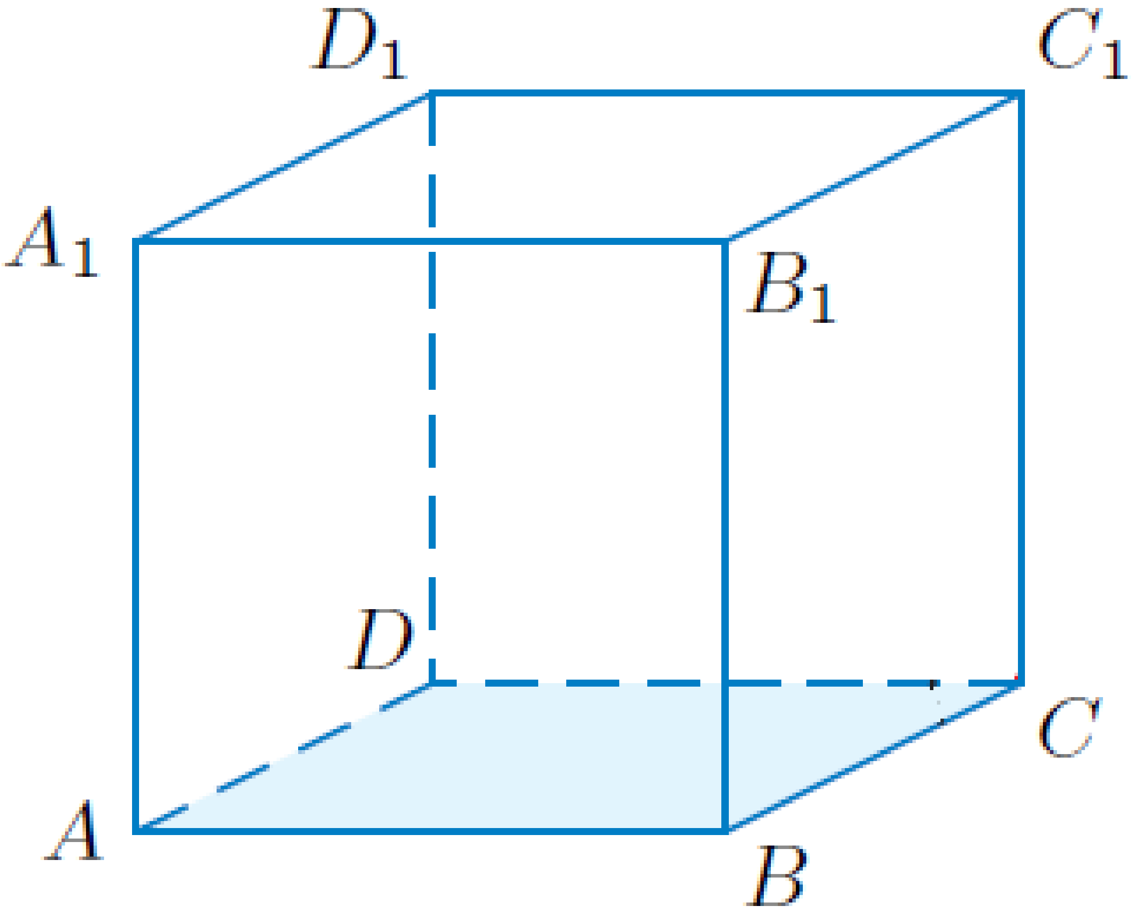
3. Wskaż proste zawierające krawędzie sześcianu (rysunek powyżej) i prostopadłe do prostej DB. Które z tych prostych przecinają prostą DB, a które są do niej skośne?

Z 3/65



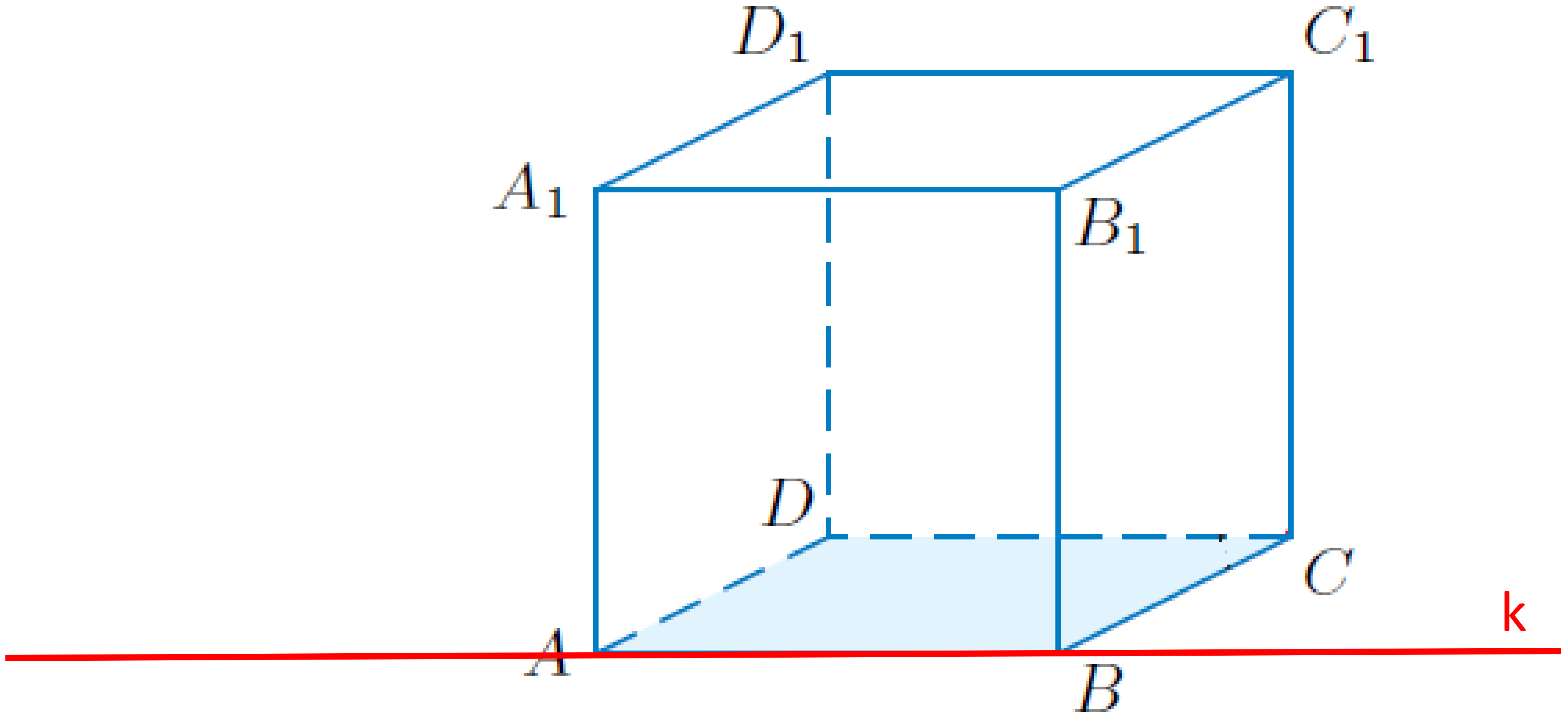
Proste prostopadłe przecinające prostą DB: BB_1, DD_1
Proste prostopadłe skośne do prostej DB: AA_1, CC_1

6. Prosta k zawiera jedną z krawędzi sześcianu. Ile różnych płaszczyzn przechodzących przez dowolne cztery wierzchołki tego sześcianu przecina się wzdłuż prostej k?



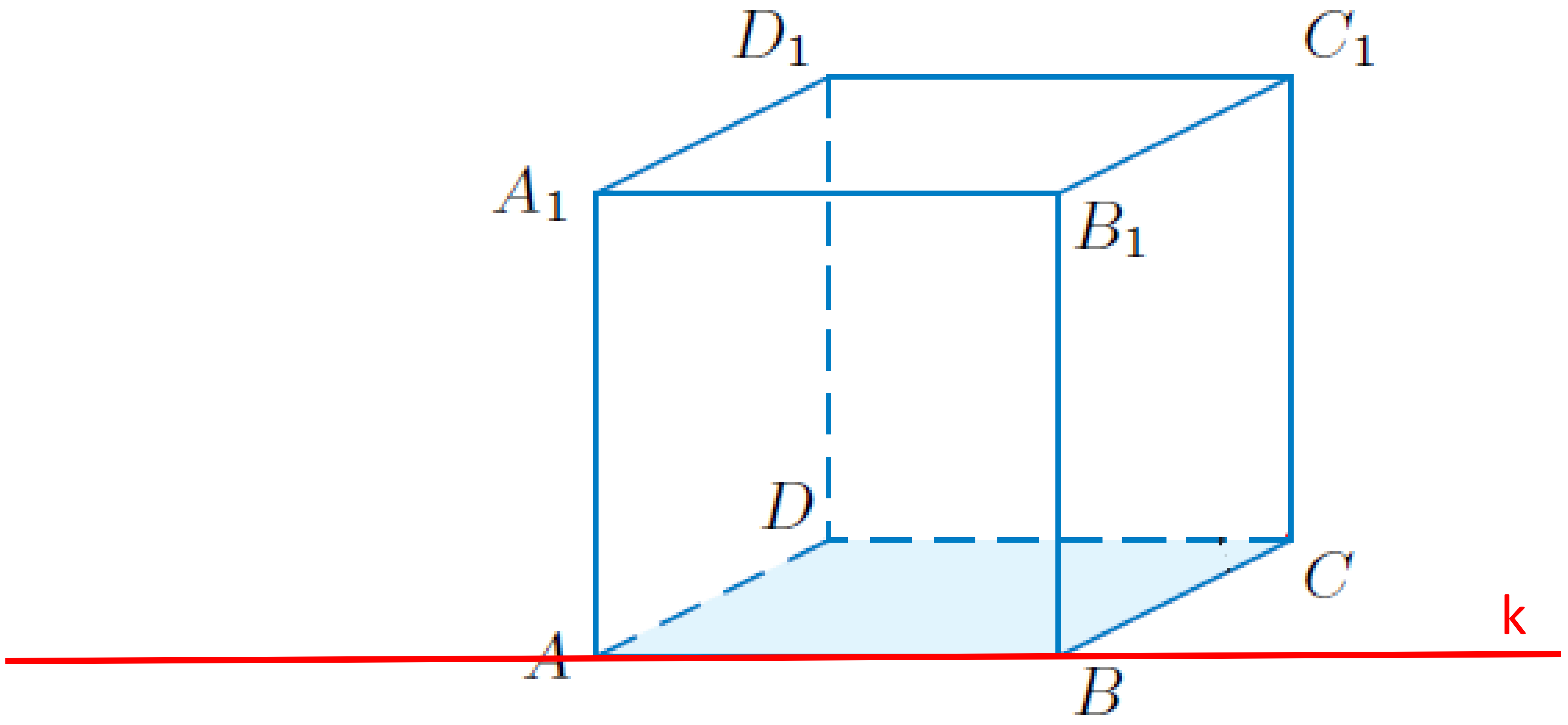
6. Prosta k zawiera jedną z krawędzi sześcianu. Ile różnych płaszczyzn przechodzących przez dowolne cztery wierzchołki tego sześcianu przecina się wzdłuż prostej k?

Z 6/65



6. Prosta k zawiera jedną z krawędzi sześcianu. Ile różnych płaszczyzn przechodzących przez dowolne cztery wierzchołki tego sześcianu przecina się wzdłuż prostej k?

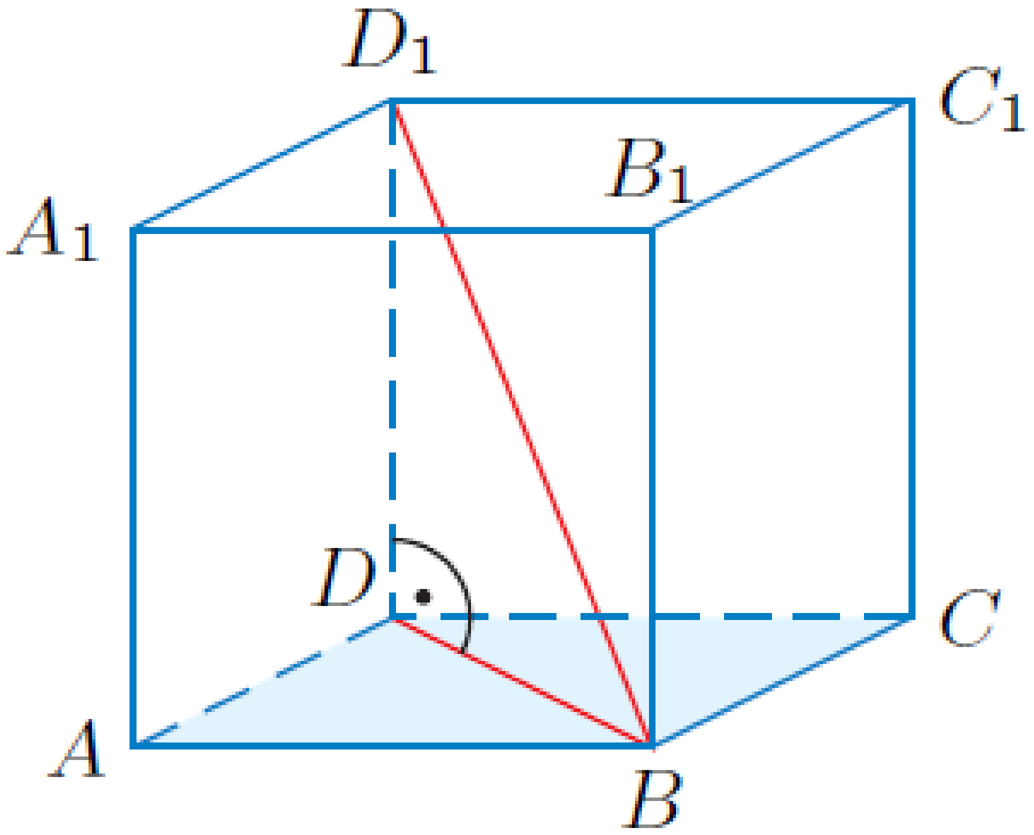
Z 6/65



$ABCD$, ABB_1A_1, ABC_1D_1

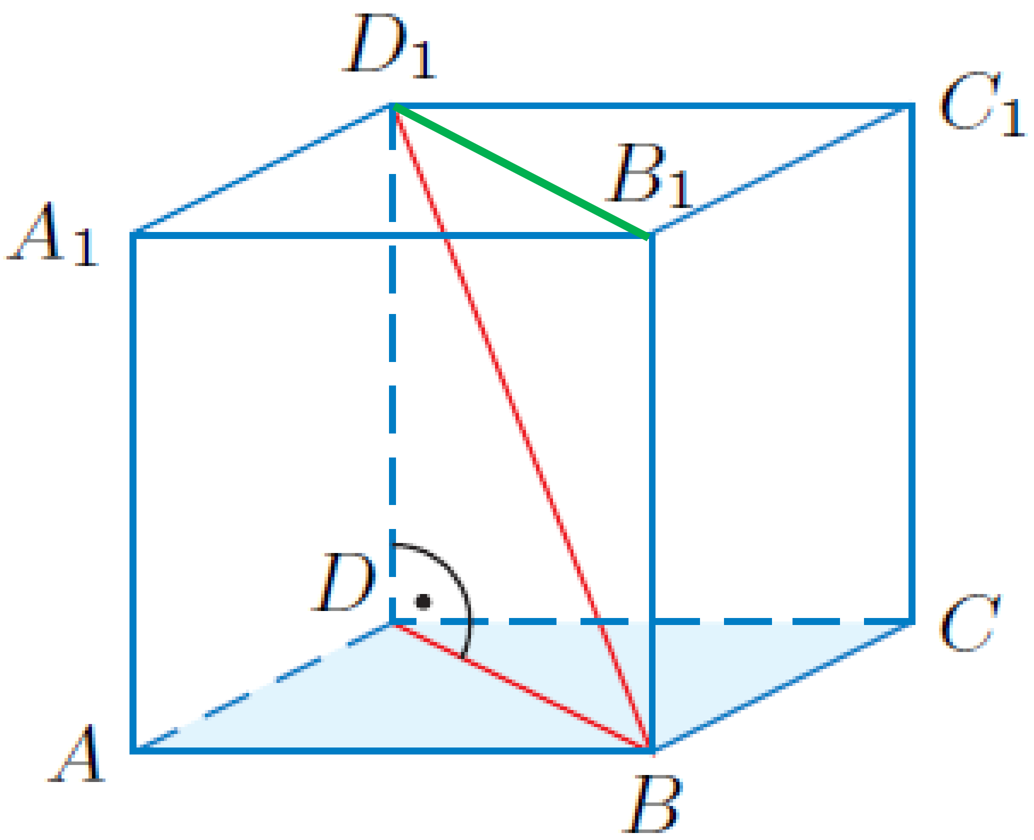
7. Rzutem prostokątnym odcinka D_1B na ścianę $ABCD$ sześcianu jest odcinek DB (rysunek obok). Wskaż odcinek będący rzutem prostokątnym odcinka D_1B na ścianę:

a) $A_1B_1C_1D_1$, b) ADD_1A_1, c) BCC_1B_1.



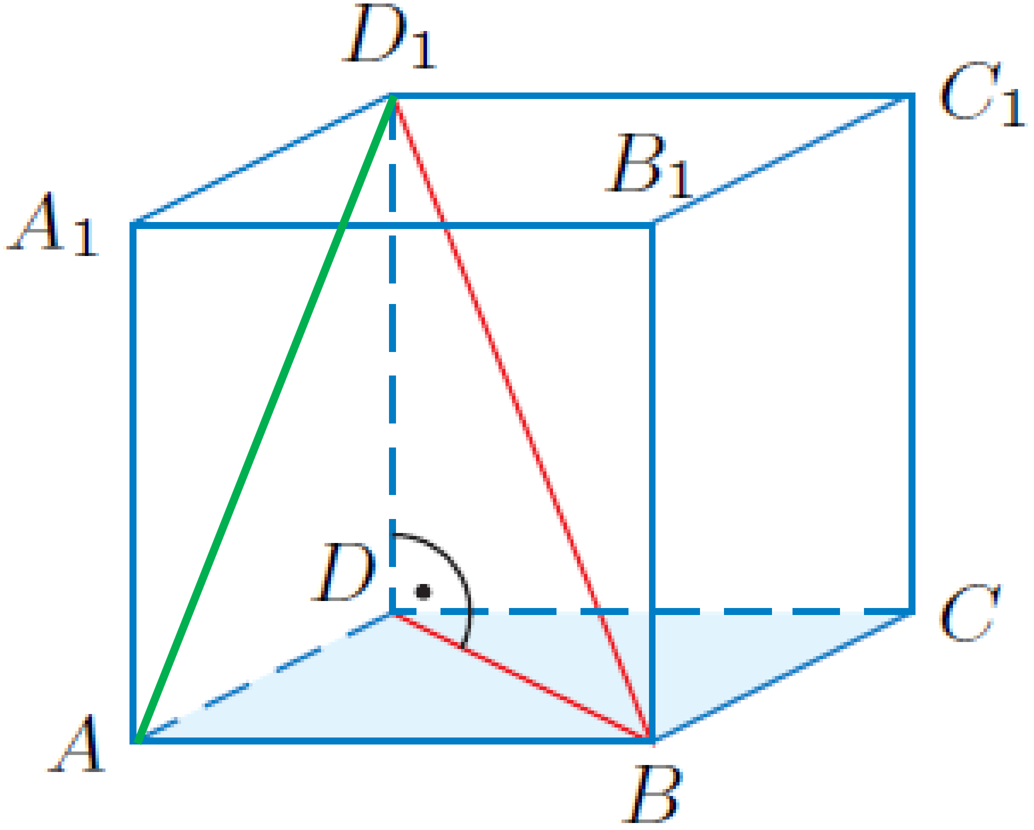
7. Rzutem prostokątnym odcinka D_1B na ścianę $ABCD$ sześcianu jest odcinek DB (rysunek obok). Wskaż odcinek będący rzutem prostokątnym odcinka D_1B na ścianę:

a) $A_1B_1C_1D_1$, b) ADD_1A_1, c) BCC_1B_1.



7. Rzutem prostokątnym odcinka D_1B na ścianę $ABCD$ sześcianu jest odcinek DB (rysunek obok). Wskaż odcinek będący rzutem prostokątnym odcinka D_1B na ścianę:

a) $A_1B_1C_1D_1$, b) ADD_1A_1, c) BCC_1B_1.



7. Rzutem prostokątnym odcinka D_1B na ścianę $ABCD$ sześcianu jest odcinek DB (rysunek obok). Wskaż odcinek będący rzutem prostokątnym odcinka D_1B na ścianę:

a) $A_1B_1C_1D_1$, b) ADD_1A_1, c) BCC_1B_1.

Z 7/65